

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA JUDEȚEANĂ - 21 februarie 2016**

**ȘTIINȚELE NATURII**

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE  
CLASA a XI a**

1. a)  $A^3 = AA^2 = ABC \dots\dots\dots 1p$   
 $C^3 = C^2C = ABC \dots\dots\dots 1p$   
 $B^3 = BB^2 = BCA = A^2A = A^3 \dots\dots\dots 1p$   
 $\Rightarrow A^3 = B^3 = C^3 \dots\dots\dots 1p$   
 b)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  cu a,b,c distincte .....3p
  
2. a)  $XY - I_3 = (A-B)(A+B) - I_3 = A^2 + AB - BA - B^2 - I_3 = AB - BA \dots\dots\dots 2p$   
 b)  $XY + YX = (A-B)(A+B) + (A+B)(A-B) = \dots\dots = 2I_3$   
 Deci  $XY - I_3 = -(YX - I_3)$   
 $\Rightarrow \det(XY - I_3) = \det(-(YX - I_3)) = -\det(YX - I_3)$  (determinantul este de  
 ordin impar) .....3p  
 c)  $\det(XY - I_3) = \det((A-B)(A+B)) = \det(A-B)\det(A+B) = \det(A+B)\det(A-B) =$   
 $\det((A+B)(A-B)) = \det(YX - I_3)$   
 Din a) și b) rezulta  $\det(YX - I_3) = 0 = \det(AB - BA) \dots\dots\dots 2p$
  
3. a) Punând condițiile, rezulta  $a - 1 \geq 0$  și  $3 - a \geq 0$  deci  $a \in [1, 3] \dots\dots\dots 1p$   
 Calculând, rezulta  $\sqrt{a - 1} = 3 - a \dots\dots\dots 1p$   
 Rezolvând ecuația, rezulta  $a_1 = 2$  sau  $a_2 = 5 \dots\dots\dots 1p$   
 Din condiția inițială avem ca singura soluție este  $a = 2 \dots\dots\dots 1p$   
 b) b1) Folosind faptul că  $[x] \leq x \leq [x] + 1$  și Teorema Căstelului, rezulta  $L = 1 \dots\dots\dots 1p$   
 b2) Cum pentru  $0 \leq x < 1$  avem  $[x] = 0$ , rezulta  $L = 0 \dots\dots\dots 1p$

b3)  $l_s(2016) = \frac{2015}{2016}$ ,  $l_d(2016) = 1$  deci, limita nu exista.....1p

4. Pentru a exista radicalul trebuie ca  $ax^2+bx+c>0$ , deci  $a>0$  .....1p

Rezulta ca  $L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(ax^2+bx+c-4x^2-12x-9)}{\sqrt{ax^2+bx+c+2x+3}}$  .....2p

Pentru ca limita sa fie finita trebuie ca gradul numaratorului sa fie egal cu cel al numitorului, deci  $a - 4 = 0$  si  $b - 12 = 0$  .....2p

Deci  $L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(c-9)}{\sqrt{4x^2+12x+c+2x+3}} = 2016$  .....1p

Rezulta  $\frac{c-9}{4} = 2016$

Adica  $c = 8073$  .....1p